

**Решения заданий муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике
2025-2026 учебный год, 7 класс**

7.1. Школьник Максим задумал трёхзначное число. Оно образовано из трёх подряд идущих цифр, не обязательно расположенных по порядку, и кратно 25. Если его уменьшить в 5 раз, то первые две цифры частного образуют второе двузначное простое число. Какое число задумал Максим?

Ответ: 675

Решение:

Решение 1. Любое число кратно 25 оканчивается на 00, 25, 50, 75. Не сложно показать, что из предложенных вариантов искомое число может оканчиваться только на 75. Это 675.

Решение 2. Второе простое двузначное число – 13. Так как исходное число кратно 25. То при делении его на 5 частное обязано делиться на 5. Возможные варианты частного 130 и 135. $130 \cdot 5 = 650$ (не подходит), $135 \cdot 5 = 675$.

7.2. Чему равно выражение $\frac{ac+b^2}{b^2+bc} + \frac{a+c}{b+c}$, при $a = 0.72$, $b = 0.9$, $c = 17.34$.

Ответ: 1,8

Решение: В результате алгебраических преобразований исходного выражения получается выражение $1 + a/b$. Подставляем значения параметров и получаем ответ.

Критерии оценивания:

1. Верный ответ – 7б.
2. Верно упрощено выражение, ответ содержит вычислительную ошибку – 6б.
3. Неверный ответ – 0б.

7.3. Среди четырёх собак разного размера есть две чёрно-рыжие, чёрная и рыжая. Известно, что Вук смотрит на Вилли свысока и они имеют разный окрас, Альма потеряется в тёмной комнате, самая маленькая собака чёрно-рыжая, Джульбарс выше Альмы. Расположите собак по росту (от большей к меньшей), указав их окрас, если однотонные собаки не могут стоять рядом.

Ответ: Вук (рыжий), Джульбарс (чёрно-рыжий), Альма (чёрная), Вилли (чёрно-рыжий).

Решение: Из условия – Альма чёрная, т.к. Вук и Вилли имеют разный окрас, то один из них будет рыжим, а другой – чёрно-рыжим, поскольку чёрная собака единственная и это Альма. Отсюда, Джульбарс может быть только чёрно-рыжим. Из условий про соотношения размеров ясно, что ни Вук, ни Джульбарс не могут быть самыми маленькими, значит, в конце ряда встанут Альма или Вилли. Уже известно, что Альма чёрная, тогда, по условию, она не может быть самой маленькой, следовательно, Вилли меньше всех и он чёрно-рыжий, отсюда, Вук – рыжий. Альма и Вук однотонные, они не могут стоять рядом, между ними должны находиться либо Вилли, либо Джульбарс, но Вилли самый маленький. Поэтому по росту собаки располагаются следующим образом: Вук, Джульбарс, Альма, Вилли. Их окрас, соответственно, рыжий, чёрно-рыжий, чёрный и снова чёрно-рыжий.

Критерии оценивания.

1. Верный ответ – 7б.
2. Верно названы цвета ИЛИ собаки верно расположены по росту – 3б.
3. Неверный ответ – 0б.

7.4. Арбуз разрезали на четыре части и съели. Получилось пять корок. Могло ли такое быть?

Ответ: могло

Решение: Например, разрежем арбуз тремя вертикальными разрезами так, чтобы они попарно пересекались на границе корки. Тогда у одной из получившихся частей будет две корки.

Критерии оценивания.

1. Верный ответ с пояснением (например, приведённым примером разрезания) – 7б.
2. Только ответ или неверный ответ – 0б.

7.5. Двое по очереди проводят прямые, причём дважды одну прямую проводить нельзя. Выигрывает тот, после хода которого число кусков, на которые плоскость разбита проведёнными прямыми впервые разделится на 5. Докажите, что тот, кто ходит вторым, обязательно победит.

Доказательство: Второй своим первым ходом проводит прямую, параллельную той, которую провёл первый. Если первый своим вторым

ходом проведёт прямую, параллельную двум уже проведённым, то после его хода плоскость разобьётся на 4 части. Тогда второй проводит прямую, параллельную проведённым и побеждает: частей получается ровно 5. Если же своим вторым ходом первый проведёт прямую, пересекающую первые две, то после его хода плоскость разобьётся на 6 частей. Тогда второй проводит прямую, пересекающую три уже проведённых в трёх различных точках, и тоже побеждает, потому что частей получится 10.

Критерии оценивания.

1. Приведена работающая стратегия для второго игрока – 7б.
2. Приведён пример ходов для обоих игроков (это НЕ стратегия) – 0б.